

Stellingen

behorende bij het proefschrift

Mordell-Weil groups of elliptic surfaces and Galois representations

van

Jasper Scholten

1. Zij $n \in \mathbb{Z}_{\geq 2}$ met de eigenschap dat het polynoom $x^n + x + 1$ irreducibel is over \mathbb{F}_2 . Zij \mathbb{F} het lichaam $\mathbb{F}_2[x]/(x^n + x + 1)$. Zij $a \in \mathbb{F}^*$, $b \in \mathbb{F}$, en $f = T^2 + aT + b \in \mathbb{F}[T]$. Definieer $c_i \in \mathbb{F}_2$ door $\sum_{i=0}^{n-1} c_i x^i = b/a^2$. Als n even is geldt

$$f \text{ reducibel} \iff c_{n-1} = 0.$$

Als n oneven is geldt

$$f \text{ reducibel} \iff c_0 = 0.$$

2. Stel f en g zijn twee even polynomen uit $\mathbb{C}[t]$ met $\text{graad}(f) \leq 4$ en $\text{graad}(g) \leq 6$. Zij E de elliptische kromme gegeven door de vergelijking $y^2 = x^3 + f(t)x + g(t)$. Definieer $\Delta(t) = 4f(t)^3 + 27g(t)^2$. Als $\Delta(t)$ kwadraatvrij is en graad 12 heeft dan heeft E rang 8 over $\mathbb{C}(t)$, en rang minstens 12 over $\mathbb{C}(t, \sqrt{t^2 - a^2})$ voor alle $a \in \mathbb{C}$ met $\Delta(a) \neq 0$.
3. De vergelijking $y^2 = x^3 - 33t^4x + t^{12} + 8$ definieert een elliptisch $K3$ oppervlak met Mordell-Weil rang 18 over \mathbb{C} . Dit is de hoogst mogelijke rang voor een $K3$ oppervlak over \mathbb{C} . [Masato Kuwata, *Elliptic K3 surfaces with high Mordell-Weil rank*, Preprint 1996.]

4. Definieer

$$p = 4 \sum_{n=0}^{4999999} \frac{(-1)^n}{2n+1}.$$

Dit getal geeft een benadering voor π die tot en met 6 decimalen achter de komma correct is. Toch verschillen de eerste 45 decimalen van p en π slechts op drie plaatsen.

[J. M. Borwein, P. B. Borwein and K. Dilcher, *Pi, Euler numbers and Asymptotic Expansions*, Amer. Math. Monthly 96 (1989), 681–687.]

5. Stel men heeft een stuk touw dat aan beide kanten aan een schilderij vastzit, en een muur met n iets uitstekende spijkers daarin, voor zekere $n \in \mathbb{Z}_{\geq 1}$. Dan kan men het touw (mits lang genoeg) op zo'n manier om de spijkers wikkelen zodat het schilderij blijft hangen aan het touw, maar bij het uit de muur trekken van een willekeurige spijker naar beneden valt.
[„ $W^4?$ ” vergaderingen 1193 en 1195.]
6. Als men de langeafstandswandelroute GR5 (Bergen op Zoom – Nice) loopt is het niet altijd raadzaam de markering te volgen. Op het stuk van Dasburg brug naar Vianden, bij een kruispunt op de Weg van Hosingen (routebeschrijving nr. 73, $50^\circ 01' 25''$ N.B., $6^\circ 07' 40''$ O.L.) staat er een heel duidelijke markering die rechtsaf wijst. Dit gaat volstrekt de verkeerde kant op, en verderop zijn ook geen markeringen meer te vinden. Beter kan men bij het kruispunt rechtdoor gaan, en de sporen van weggewerkte markering volgen. Dit is ook de route in de routebeschrijving.
7. Met een treinkaartje Sauwerd – Baflo mag men, als men niet de laatste trein van de dag neemt, van Groningen Noord naar Baflo reizen. Toch is een kaartje Sauwerd – Baflo zo'n 42 tot 48 procent goedkoper dan een kaartje Groningen Noord – Baflo. De prijs van het eerstgenoemde kaartje wordt berekend langs een volgens de spoorkaart niet-bestaande route.